Licence de Physique

Optique géométrique

Compte rendu de TP

TP2 : Les lentilles minces et application : lunette astronomique

B. F.
D.S. P.
G. M.

I. Rappel sur les lentilles

Voir TP

II. Manipulations

II.1. Préliminaires

Expériences préliminaires non réalisées sur demande de l'enseignant responsable du TP

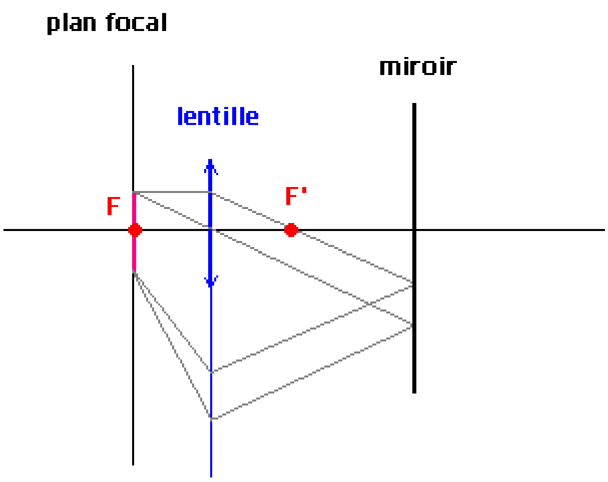
II.2. Détermination de la distance focale d'une lentille convergente

Les erreurs de mesure s'entendent comme une distance séparant la première abscisse floue de la deuxième abscisse floue, l'abscisse nette se situant entre les deux.

L'objet source, la lentille et l'écran sont sur un rail gradué et sont repérés par des abscisses x permettant de calculer toutes les distances nécessaires pour le traitement des données du TP.

a) Méthode d'autocollimation

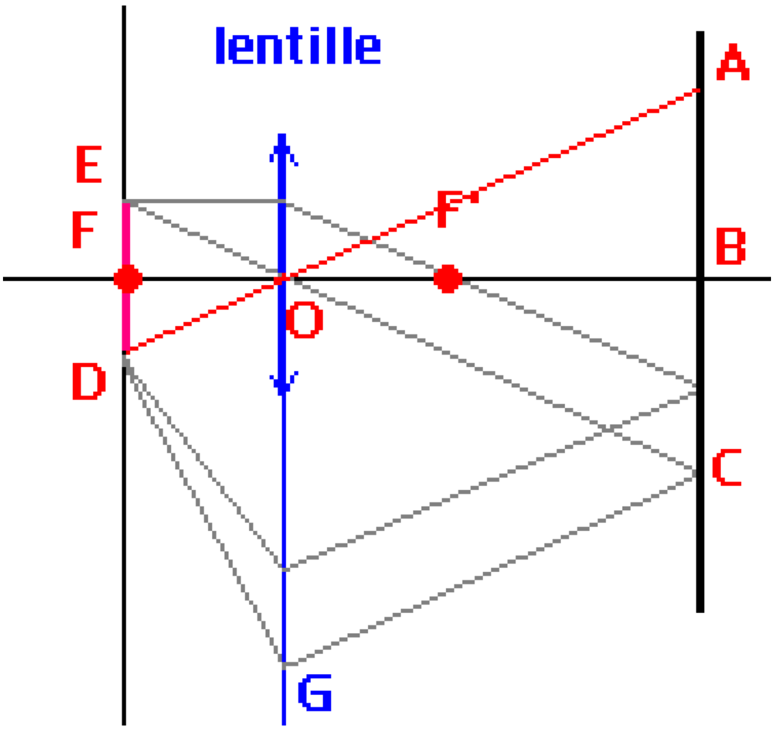
On place un miroir plan derrière la lentille à étudier. La planéïté du miroir se vérifie à vue en regardant son reflet dedans de même taille, car plusieurs miroirs légèrement concaves sont présents sur la paillaisse.
L'image de l'image est renvoyée par le miroir à travers la lentille sur l'objet.



Les rayons issus de l'objet, lorsqu'il est situé dans le plan focal, sortent parallèles du côté miroir : l'image se forme à l'infini. Le miroir réfléchit les rayons parallèlement (en incidence normale), et en repassant par la lentille, ils convergent donc tous forcément dans le plan focal objet.

Ainsi l'image est nette dans le plan de l'objet.

Il reste à monter que la taille de l'image renversée ainsi renvoyée est de la même que la taille que l'objet, donc que γ=-1.



D'après le théorème de Thalès :

FE/BC=FO/OB

DF/BA=FO/OB

Donc FE/BC=DF/BA

Or BC=BA car tous les rayons parallèles au rayon réfléchi (GC) vont converger vers le même point D (stigmatisme du système dans le cas des conditions de Gauss) ; ce qui implique que (DA)//(GC) et donc que le triangle OAC est isocèle en O, donc que BA=BC

On en déduit que FE=DF, d'où γ=-1

En pratique, un très petit angle sur le miroir décale légèrement l’image sans pour autant modifier de façon sensible le facteur gamma. Pour éviter que l’angle ne soit trop grand on accole le miroir à la lentille.

on observe l’objet (q) et son image (b) situés tous deux dans le plan focal de la lentille par autocollimation (le miroir est accolé à la lentille et serti avec elle)

Mesures effectuées:

f'_{L4} = 29cm

Erreur de mesure : $\Delta f'_{L4}$=0,2cm

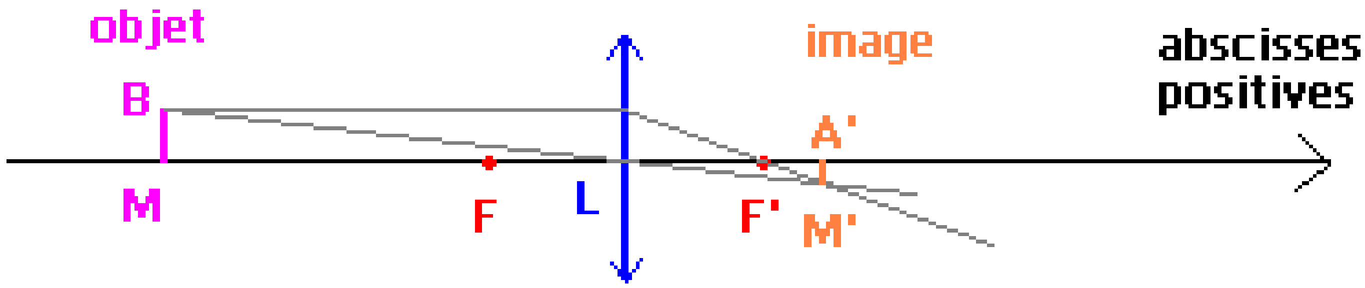
f'_{L5} = 49,3cm

Erreur de mesure : $\Delta f'_{L5}$=0,4cm

On vérifie bien à chaque fois que γ=-1 (ce qui prouve que le parallélisme du miroir avec l’objet et la lentille est quasi parfait)

b) Formule de conjugaison

Pour différentes distances de l’objet par rapport à la lentille, on mesure la position de l’image et on en déduit la distance focale de la lentille. On observe que certaines positions donnent une profondeur de réglage de netteté plus importante, donc une erreur sur l’évaluation de la distance focale plus importante.



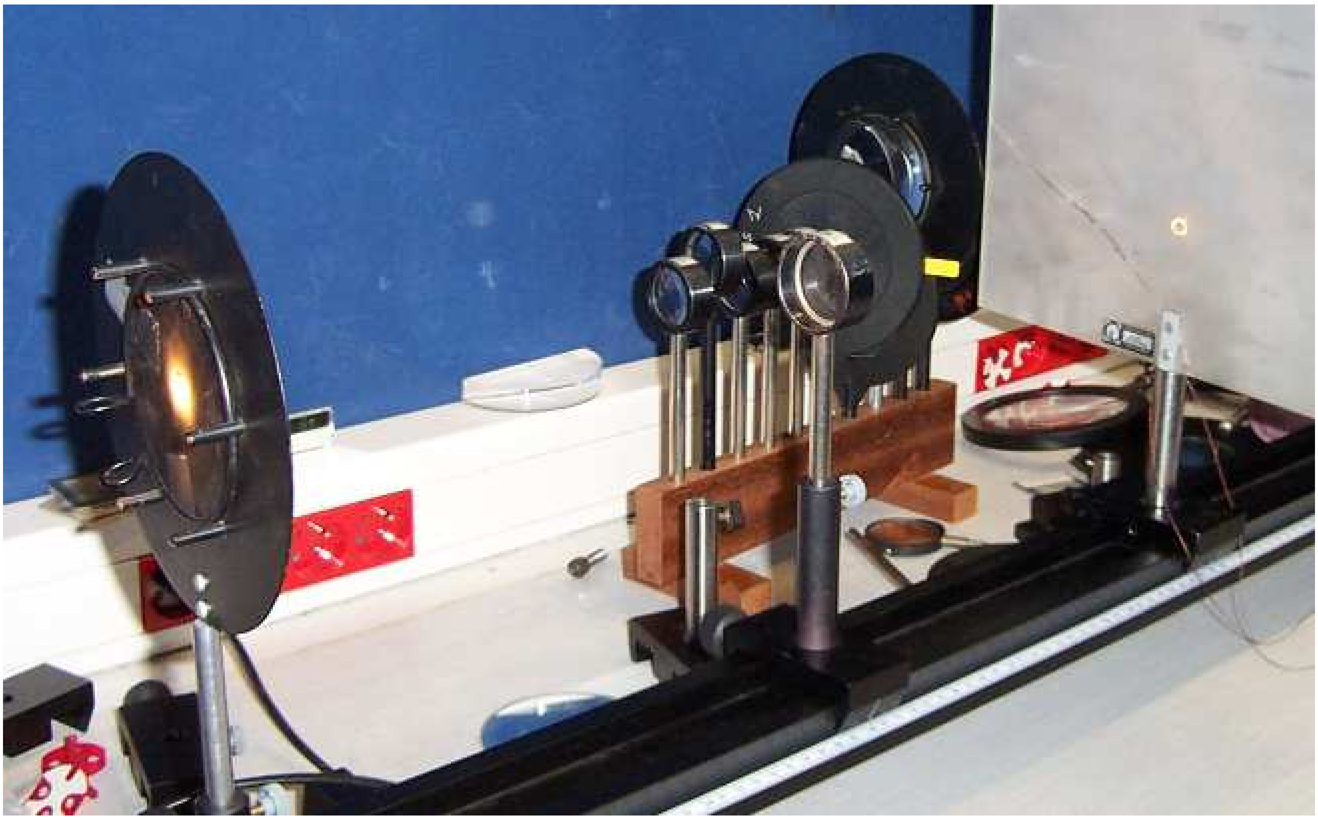
formule de conjugaison : $\frac{1}{LM'} - \frac{1}{LM} = \frac{1}{LF'}$

D'où $LF' = 1/(\frac{1}{LM'} - \frac{1}{LM}) = \frac{LM'+LM}{LM.LM'}$

en enlevant les distances algébriques et en faisant attention au signe :

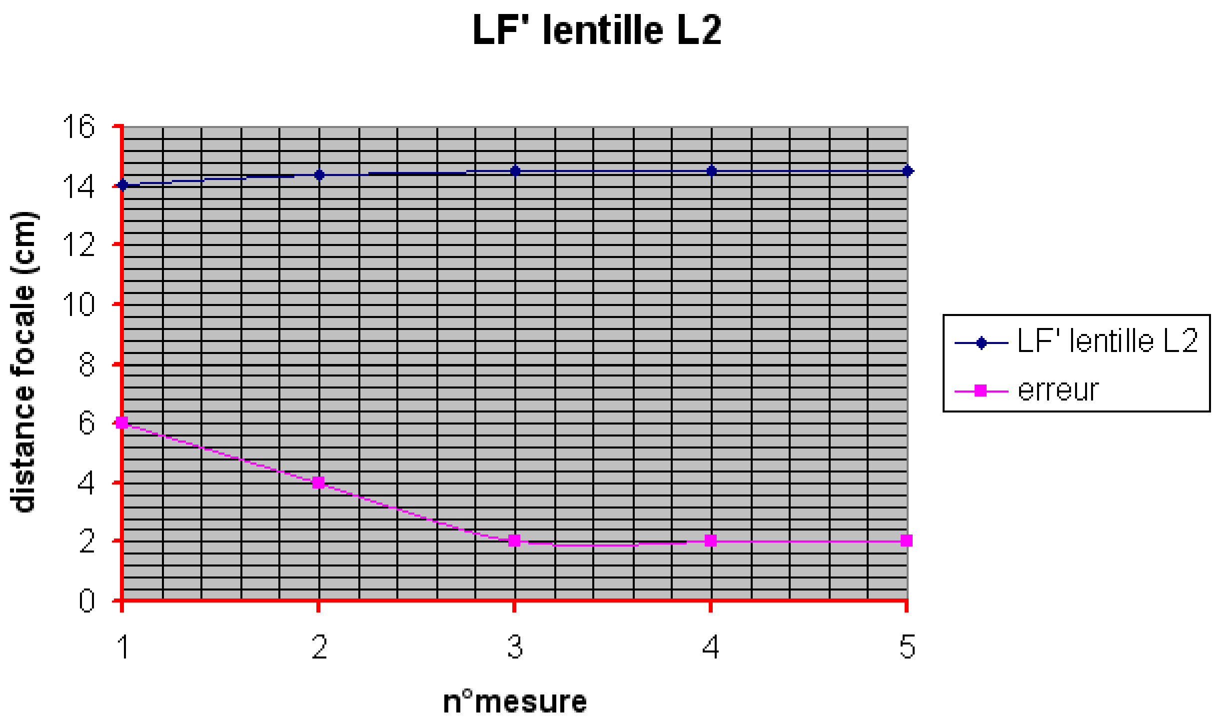
Calcul d'erreur :

en différenciant : $dLF'/LF'^2 = -dLM'/LM'^2 + dLM/LM^2$ soit $\Delta LF' \leq LF'^2(\Delta LM'/LM'^2 + \Delta LM/LM^2)$
(en majorant par les valeurs absolues) et avec $\Delta LM' = \Delta LM$ donné on calcule $\Delta LF'$



Lentille L2							
xM	xL	xM'	LM'	LM	LF'	erreur (mm)	ΔLF'
10	30	77	47	-20	14,0298507	6	0,69743818
10	40	67,5	27,5	-30	14,3478261	4	0,40075614
10	50	72,7	22,7	-40	14,4816587	2	0,21522605
10	60	80,5	20,5	-50	14,5390071	2	0,23501836
10	70	89,2	19,2	-60	14,5454545	2	0,25307622

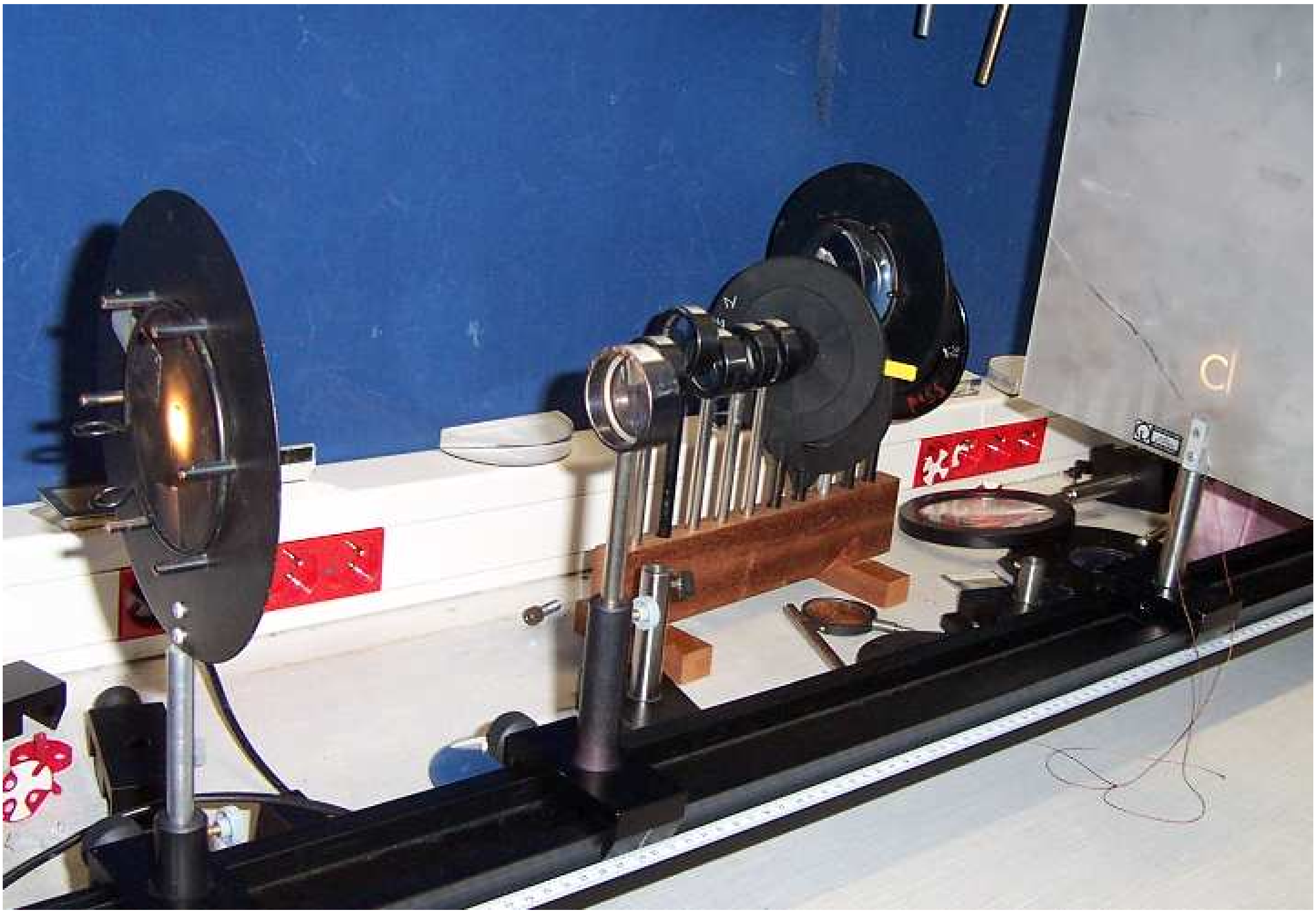
Les erreurs sont cohérentes et situent la distance focale aux alentours de 14,5cm



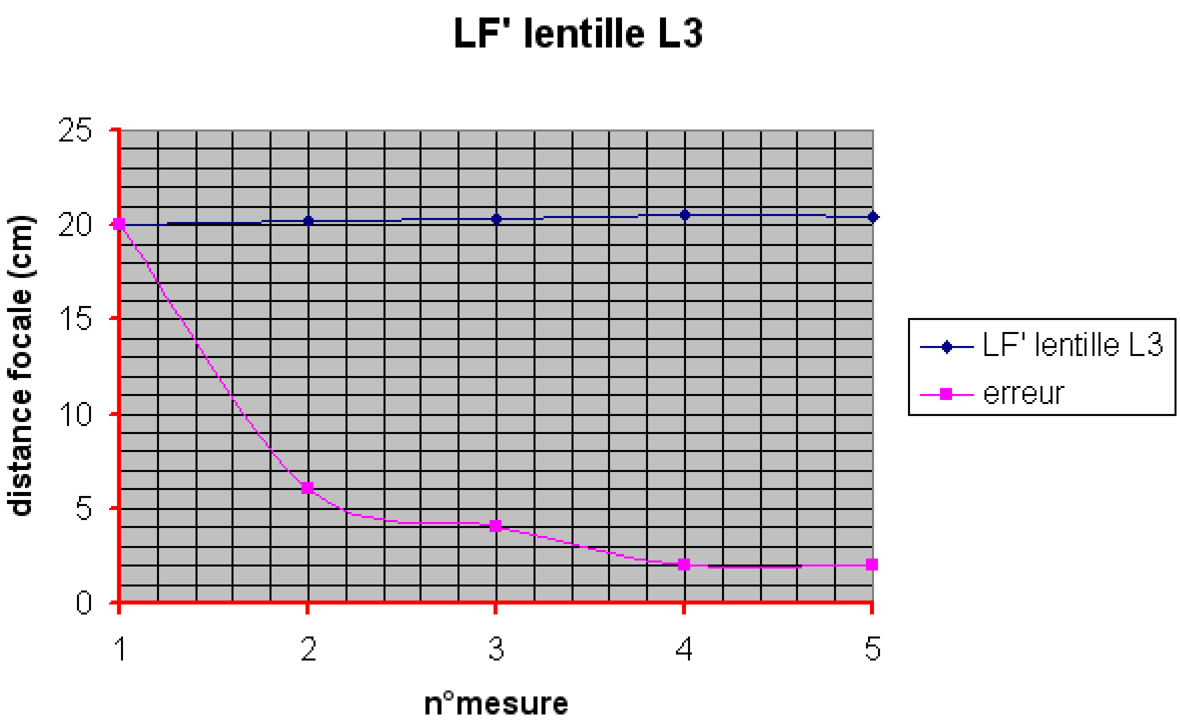
Au vu de l'erreur de mesure plus faible (plage de netteté plus petite) pour les 3 dernières mesures, on gardera pour valeur de la distance focale la moyenne des distances focales sur ces 3 dernières mesures ; soit :

$\boxed{f'_{L2}=14{,}54\text{ cm}}$

Avec $\Delta f'_{L2} \leq 0{,}25$cm



Lentille L3							
xM	xL	xM'	LM'	LM	LF'	erreur (mm)	ΔLF'
10	35	134,9	99,9	-25	19,9959968	20	2,71923159
10	45	92,8	47,8	-35	20,205314	6	0,61433872
10	55	92,2	37,2	-45	20,3649635	4	0,40360168
10	65	97,7	32,7	-55	20,5074116	2	0,21293125
10	75	104,9	29,9	-65	20,4794521	2	0,22735973



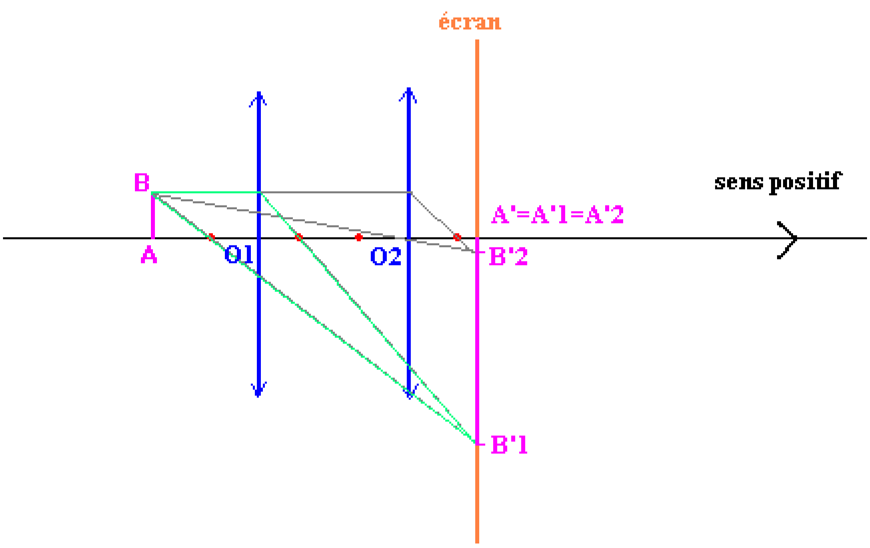
Au vu de l'erreur de mesure plus faible (plage de netteté plus petite) pour les 2 dernières mesures, on gardera pour valeur de la distance focale la moyenne des distances focales sur ces 2 dernières mesures ; soit :

$\boxed{f'_{L3}=20{,}51\text{ cm}}$

Avec $\Delta f'_{L2} \leq 0{,}22$cm

Remarque : Plus l'écran est loin, moins on est précis sur la netteté (lentille trop proche de la source)

c) Méthode de Bessel



On représente la lentille aux deux positions qui donnent une image nette $A'_1B'_1$ et $A'_2B'_2$ de l'objet AB, sachant que l'abscisse de l'objet AB et de l'écran restent inchangées.

f' : distance focale dans le sens positif (f '>0)

on a (relations de conjugaison)

$1/\overline{O_1A'} - 1/\overline{O_1A} = 1/f'$ (1)

$1/\overline{O_2A'} - 1/\overline{O_2A} = 1/f'$ (2)

notons $d=\overline{O_1O_2}>0$ et $D=\overline{AA'}>0$

On a avec ces notations :

$\overline{O_1A'} - \overline{O_1A} = D$ (3)

$\overline{O_2A'} - \overline{O_2A} = D$ (4)

On cherche à éliminer les paramètres : on veut une relation ne dépendant que de $\overline{O_1A}$:

(1)et(3) donnent : $\boxed{\dfrac{1}{D+\overline{O_1A}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f'} \quad (5)}$

(2)et(4) : $\dfrac{1}{D+\overline{O_2A}} - \dfrac{1}{\overline{O_2A}} = \dfrac{1}{f'}$ (6)

On a aussi avec ces notations $\overline{O_1A} - \overline{O_2A} = d$

Alors (6)et(7) donnent : $\boxed{\dfrac{1}{D+\overline{O_1A}-d} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}-d} = \dfrac{1}{f'} \quad (8)}$

Pour obtenir la relation recherché entre f ‘, D et d il faut maintenant éliminer notre paramètre $\overline{O_1A}$ et pour cela on va chercher à exploiter l’égalité entre (5) et (8).

On réécrit (5) au même dénominateur: $\dfrac{1}{f'} = \dfrac{\overline{O_1A} -(D+\overline{O_1A})}{\overline{O_1A}\,(D+\overline{O_1A})} = \dfrac{-D}{\overline{O_1A}\,(D+\overline{O_1A})}$ (5’)

On réécrit (8) au même dénominateur: $\dfrac{1}{f'} = \dfrac{\overline{O_1A} -d-(D+\overline{O_1A} -d)}{(\overline{O_1A} -d)(D+\overline{O_1A} -d)} = \dfrac{-D}{(D+\overline{O_1A} -d)(\overline{O_1A} -d)}$ (8’)

On identifie (5’)=(8’) et on écrit l’égalité des produits en croix, on a alors :

$\overline{O_1A}\,(D+\overline{O_1A}) = (D+\overline{O_1A} -d)(\overline{O_1A} -d)$

$D.\overline{O_1A} + \overline{O_1A}^2 = D.\overline{O_1A} - D.d + \overline{O_1A}^2 - d.\overline{O_1A} - d.\overline{O_1A} + d^2$

Soit après élimination des termes identiques : $D.d-d^2=-2d.\overline{O_1A}$

$\boxed{\overline{O_1A} = \dfrac{d^2-Dd}{2d} = \dfrac{d-D}{2} \quad (9)}$

On réinjecte ce résultat dans une des égalités contenant $\overline{O_1A}$, ce qui va donc donner la relation recherchée :

L’inverse de (5’) et (9) donnent : $f' = -\dfrac{\overline{O_1A}\,(D+\overline{O_1A})}{D} = -\dfrac{\frac{d-D}{2}\left(D+\frac{d-D}{2}\right)}{D} = -\dfrac{d-D}{2D}.\left(\dfrac{2D+d-D}{2}\right) = -\dfrac{d-D}{2D}\,\dfrac{d+D}{2}$

$\boxed{\mathbf{f' = -\dfrac{d^2-D^2}{4D} = \dfrac{D^2-d^2}{4D}}}$

C’est bien l’égalité recherchée !

Calcul d’erreur :

$f' = \frac{D^2-d^2}{4D}$ donc en différenciant : $df' = \frac{(2D.dD-2d.dd)4D-(D^2-d^2)4dD}{(4D)^2}$

$$df' = \frac{D.dD-d.dd}{4D} - \frac{(D^2-d^2)dD}{4D^2} = \frac{dD}{4} - \frac{d}{4D}dd - \frac{dD}{4} + \frac{d^2}{4D^2}dD = -\frac{d}{4D}dd + \frac{d^2}{4D^2}dD$$

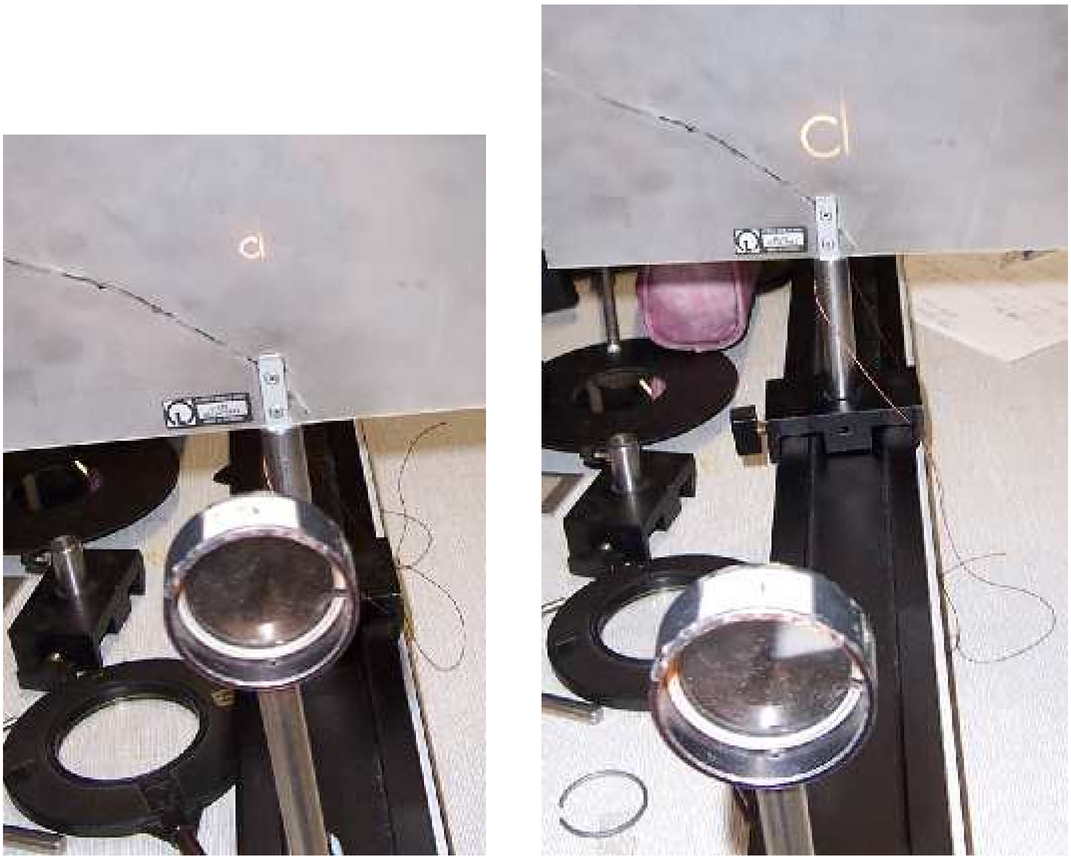
Puis en majorant par les valeurs absolues et en passant aux incertitudes :

$$\Delta f' \leq \frac{d}{4D}\Delta d + \frac{d^2}{4D^2}\Delta D = \frac{d}{4D}\left(\Delta d + \frac{d}{4D}\Delta D\right)$$

L’erreur de mesure sur D et d provient d’une erreur de mesure de deux abscisses différentes. On mesure l’erreur de netteté, mais il faudra prendre en compte l’erreur de lecture des abscisses de l’ordre de 1mm.

Mesures :

Lentille L1									
xA	xO1	xO2	xA'	D	d	f'	erreur 1 (mm)	erreur 2 (mm)	Δf'
10	22,5	67,9	80	70	45,4	10,13871429	3	3	0,05652995
10	22	88,5	100	90	66,5	10,21597222	3	3	0,06565336



Les 2 positions de netteté par la méthode de Bessel

La focale moyenne est alors de $\boxed{f'_{L1} = 10{,}18cm}$

Avec une incertitude majorée de $\Delta f'_{L1} \leq 0{,}07cm$

Lentille L2									
xA	xO1	xO2	xA'	D	d	f	erreur 1 (mm)	erreur 2 (mm)	Δf
10	30,4	60,1	80	70	29,7	14,34967857	3	3	0,03519677
10	28,3	82,6	100	90	54,3	14,30975	3	3	0,05207521

La focale moyenne est alors de $\boxed{f'_{L2}=14{,}33cm}$

Avec une incertitude majorée de $\Delta f'_{L2} \leq 0{,}05cm$

Conclusions :

On a une incertitude plus petite que pour la méthode de conjugaison.

Comparons justement les résultats avec ces deux méthodes pour L2 :

Conjugaison : $14{,}54-0{,}25= 14{,}29$ cm $\leq f'_{L2} \leq 14{,}54+0{,}25= 14{,}79$cm

Bessel : $14{,}33-0{,}05=14{,}28$cm $\leq f'_{L2} \leq 14{,}33+0{,}05 \leq 14{,}38$cm

On a bien une intersection non nulle pour les deux plages de variation, c'est cohérent avec une distance focale réelle de l'ordre de 14,3cm.

Bien sûr il faut être conscient que ces calculs d'erreur ne prennent pas en compte les autres paramètres d'erreur et d'approximation comme l'approximation de Gauss utilisée et sa validité, le parallélisme de toutes les optiques, etc.

Ceci rend nos calculs d'incertitude un peu factices puisqu'ils ne prennent en compte que les paramètres d'erreur qu'on a pu mesurer.

Dans le cadre d'un travail expérimental de haute précision (ce n'est pas ce qui est fait ici), il faudrait pouvoir mesurer l'ensemble des autres paramètres pour pouvoir avoir des calculs d'erreur qui n'oublient rien et soient donc des plus fiables. Ici on a seulement une idée sur la précision, sachant que les autres paramètres jouent un moins grand rôle au vu de l'expérience réalisée.

d) Méthode de Silbermann

C'est la méthode de Bessel précédemment démontrée appliquée à la recherche de l'égalité des positions de la lentille pour les deux positions nettes, donc avec d=0.

Alors : $\boxed{f' = \frac{D^2}{4D} = \frac{D}{4}}$

Le calcul d'erreur donne $\Delta f' = \Delta D/4$

On ajoute ici à l'erreur celle d'ajustement des deux positions, de l'ordre de +-1mm.

Lentilles L1 et L2										
lentilles	xA	xO	xA'	D	f	erreur (mm)	Δf	taille objet réel	taille objet image	gamma
L2	10	30,2	66,7	56,7	14,175	4	0,1	2	-1,9	-0,95
L1	10	30	50	40	10	4	0,1	2	-2	-1

On obtient :

$\boxed{f'_{L1}=10cm}$

$\Delta f'_{L1} \leq 0{,}1cm$

$\boxed{f'_{L2}=14{,}18cm}$

$\Delta f'_{L1} \leq 0{,}1cm$

On voit que les plages d'incertitudes amènent à une intersection vide avec celles précédemment calculées avec les autres méthodes. Toutefois à quelques dixièmes de millimètres l'intersection ne serait pas vide. Cela est dû comme nous l'avons indiqué à quelques paramètres d'approximation pas maîtrisés.

On mesure bien $\gamma=-1$ approximativement à chaque fois

II.3. Détermination de la distance focale d'une lentille divergente

- **Par une des méthodes du II.2:**

On accole une lentille divergente avec une lentille convergente de vergence supérieure. Ainsi l'ensemble devient une lentille convergente (de vergence inférieure à la lentille convergente initiale)

L2 : lentille convergente
L6 : lentille divergente inconnue

La méthode que nous avons choisi pour mesurer la focale est la méthode d'autocollimation.

On mesure alors : $f'_{L2+L6}=47{,}3$cm
Avec une erreur de $\Delta f'_{L2+L6}=0{,}2$cm (erreur de netteté)
On utilise alors la formule de Gullstrand appliquée au cas des lentilles minces très proches (e=0):

$$\frac{1}{f'_{L2}}+\frac{1}{f'_{L6}}=\frac{1}{f'_{L2+L6}} \text{ D'où } f'_{L6}=\frac{1}{\frac{1}{f'_{L2+L6}}-\frac{1}{f'_{L2}}}=\frac{f'_{L2}\times f'_{L2+L6}}{f'_{L2}-f'_{L2+L6}}=-20{,}5\text{ cm}$$

avec $f'_{L2}=14{,}33$ cm avec $\Delta f'_{L2}\leq 0{,}05$cm
on a: $f'_{L6}=-20{,}5$ cm

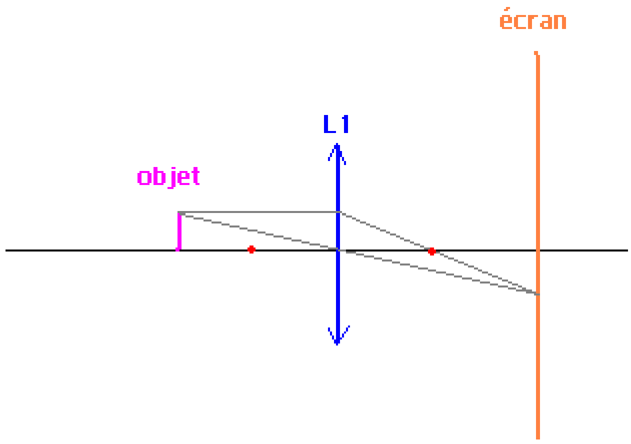
Calcul d'erreur:
on a $-df'_{L2}/f'^2_{L2}-df'_{L6}/f'^2_{L6}=-df'_{L2+L6}/f'^2_{L2+L6}$
D'où $df'_{L6}/f'^2_{L6}=-df'_{L2}/f'^2_{L2}-df'_{L2+L6}/f'^2_{L2+L6}$
$\Delta f'_{L6}/f'^2_{L6}\leq\Delta f'_{L2}/f'^2_{L2}+\Delta f'_{L2+L6}/f'^2_{L2+L6}$
Donc $\Delta f'_{L6}\leq f'^2_{L6}\times(\Delta f'_{L2}/f'^2_{L2}+\Delta f'_{L2+L6}/f'^2_{L2+L6})$
$\Delta f'_{L6}\leq 0{,}15$ cm

On résumé: $\boxed{f'_{L6}=-20{,}5\text{ cm}}$ avec $\Delta f'_{L6}\leq 0{,}15$ cm

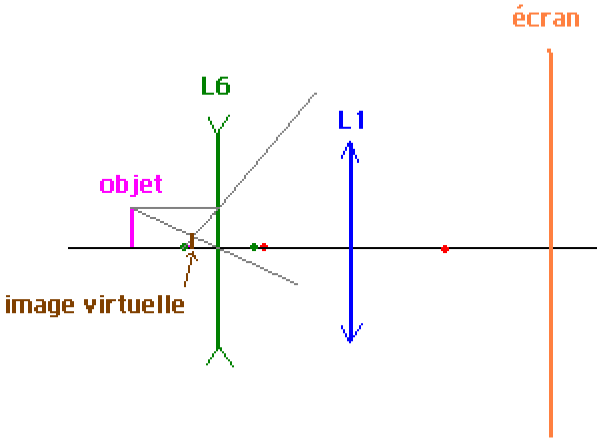
- **Par détection d'image virtuelle :**

On cherche à mesurer directement la distance focale de la lentille divergente, sans lui accoler une autre lentille modifiant sa vergence.

Montage n°1 :
Tout d'abord la lentille L1 est placée près de l'écran et un objet est positionné de manière que l'image soit nette sur l'écran :



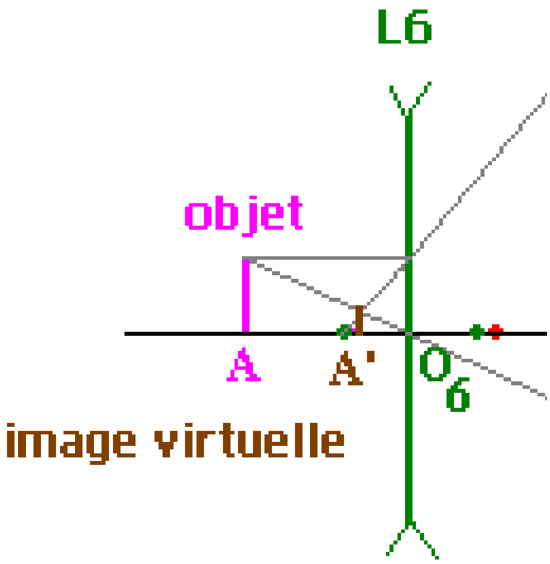
Mesures :
abscisse objet :xobjetL1=51,6cm
abscisse lentille L1 : xO1=66cm
abscisse écran : 100cm



Montage n°2 :
L'ensemble L1-écran reste fixé. Puis on place l'objet du côté du foyer image de la lentille L6 divergente. L'image virtuelle se forme du côté de ce même foyer image. On déplace alors la lentille L6 jusqu'à ce que l'image se forme nettement sur l'écran.

Puisque la distance L1-écran n'a pas changé, pour que l'image par L1 soit nette il faut que l'image virtuelle soit située exactement à l'abscisse de l'objet réel du montage n°1 :

Ainsi nous pouvons connaître l'abscisse de formation de l'image virtuelle, impossible à connaître sinon.



Mesures :
abscisse objet :43cm
abscisse lentille L6 : 60,4cm

On en déduit par la formule de conjugaison que :

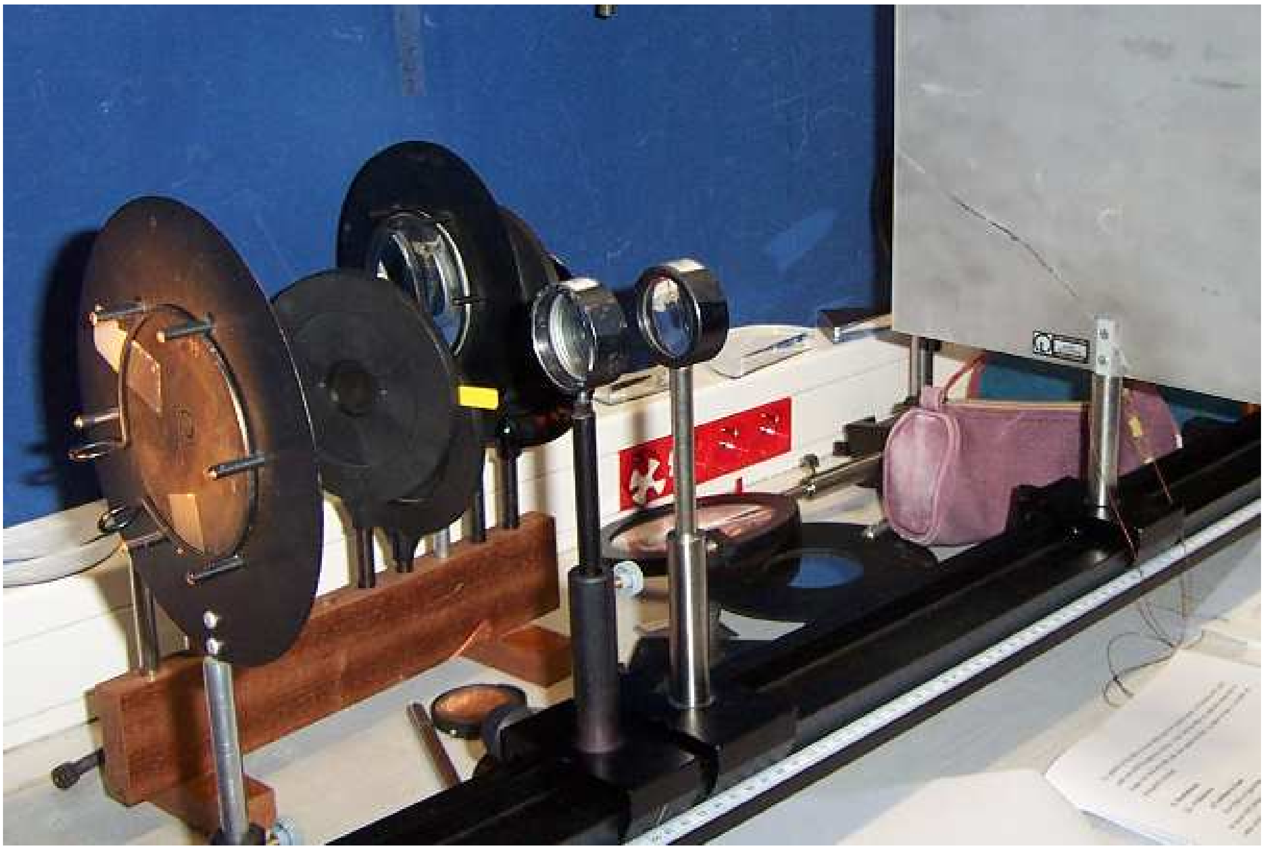
$1/\overline{OA'} - 1/\overline{OA} = 1/f'$

D'où $f' = \overline{OA} \times \overline{OA'} \; / \; \overline{OA} - \overline{OA'}$

Avec : $\overline{OA}$ = 43-60,4=-17,4cm

$\overline{OA'}$ = xA'-xO6=xobjetL1-xO6=51,6-60,4=-8,8cm

Donc $\boxed{f'_{L6} = -17{,}8 \text{ cm}}$


montage réalisé avec la lentille L6 et L1pour détection d'image virtuelle

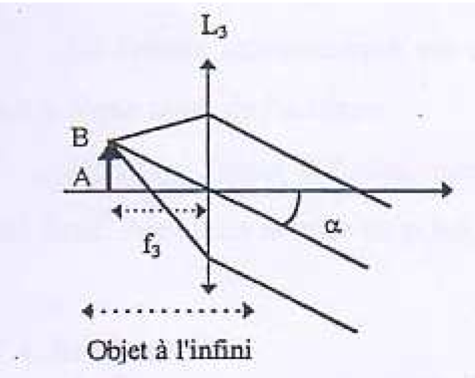
Conclusion :

On constate une différence importante entre les deux résultats, utilisant les eux méthodes différentes.
Il est très probable qu'une erreur s'est introduite dans l'une des deux manipulations ; probablement dans la méthode d'autocollimation, il se peut que le sertissage du miroir avec la lentille ait été mal réalisé, créant un angle important, qui fausse complètement la méthode.

On préfèrera retenir donc la focale calculée par la deuxième méthode de détection d'image virtuelle.

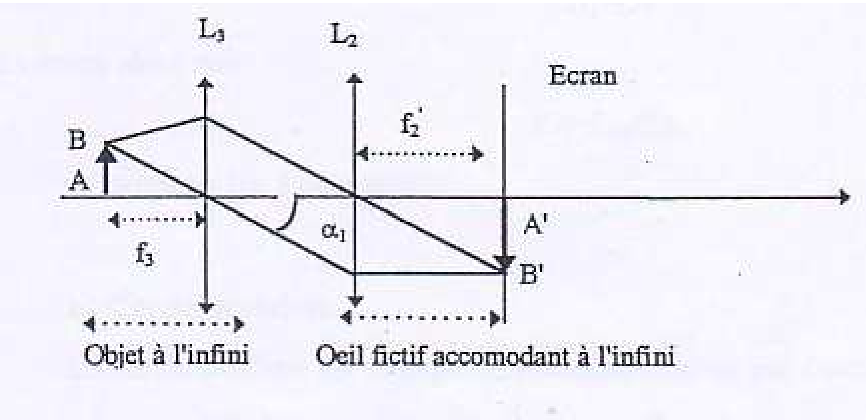
III. Etude d'un instrument d'optique

III.1. Réalisation d'un objet à l'infini



Un objet est positionné au foyer objet d'une lentille convergente L3. On réalise ceci par autocollimation. Les rayons issus du côté image de L3 convergent alors à l'infini. On a réalise un « objet à l'infini ».

III.2. Réalisation d'un œil fictif

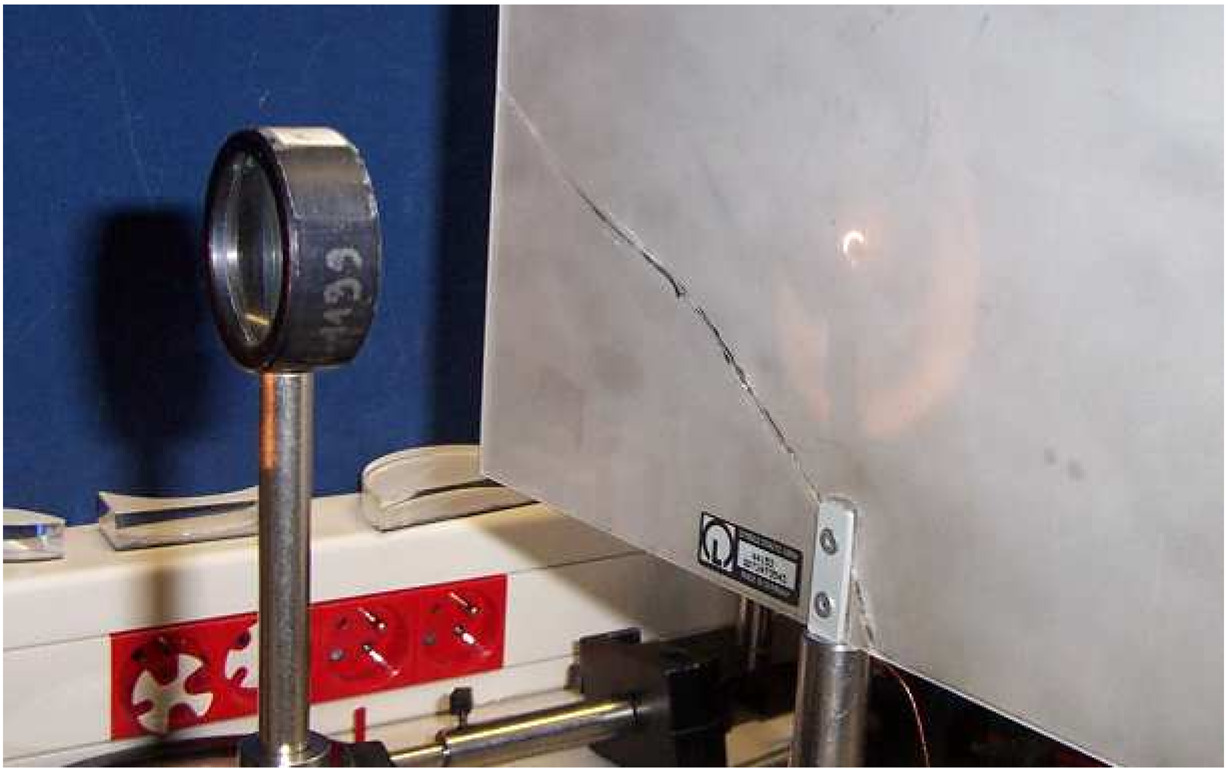


On réalise un œil fictif avec un écran et une lentille convergente L2.

L'écran coïncide avec le plan focal de la lentille convergente, ce qui est réglé par un objet à l'infini dont on envoie l'image sur l'écran par L2.

Expérimentalement on a les mesures suivantes :
Abscisse objet : 10cm
Abscisse L3 : 30,5cm
Abscisse L2 : 86cm
Abscisse écran : 100cm

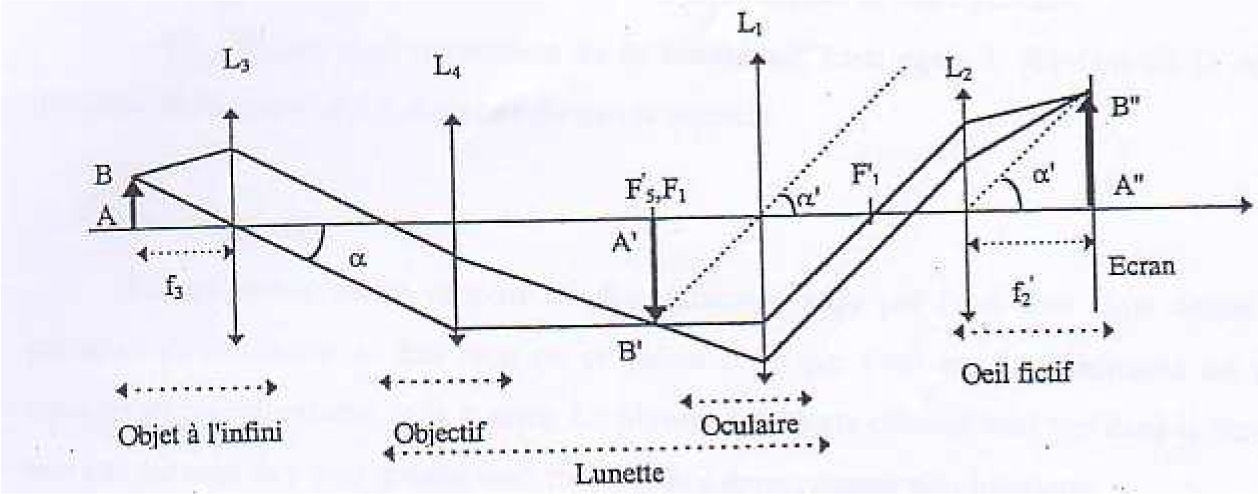
montage objet à l'infini avec L3 + œil fictif avec L2



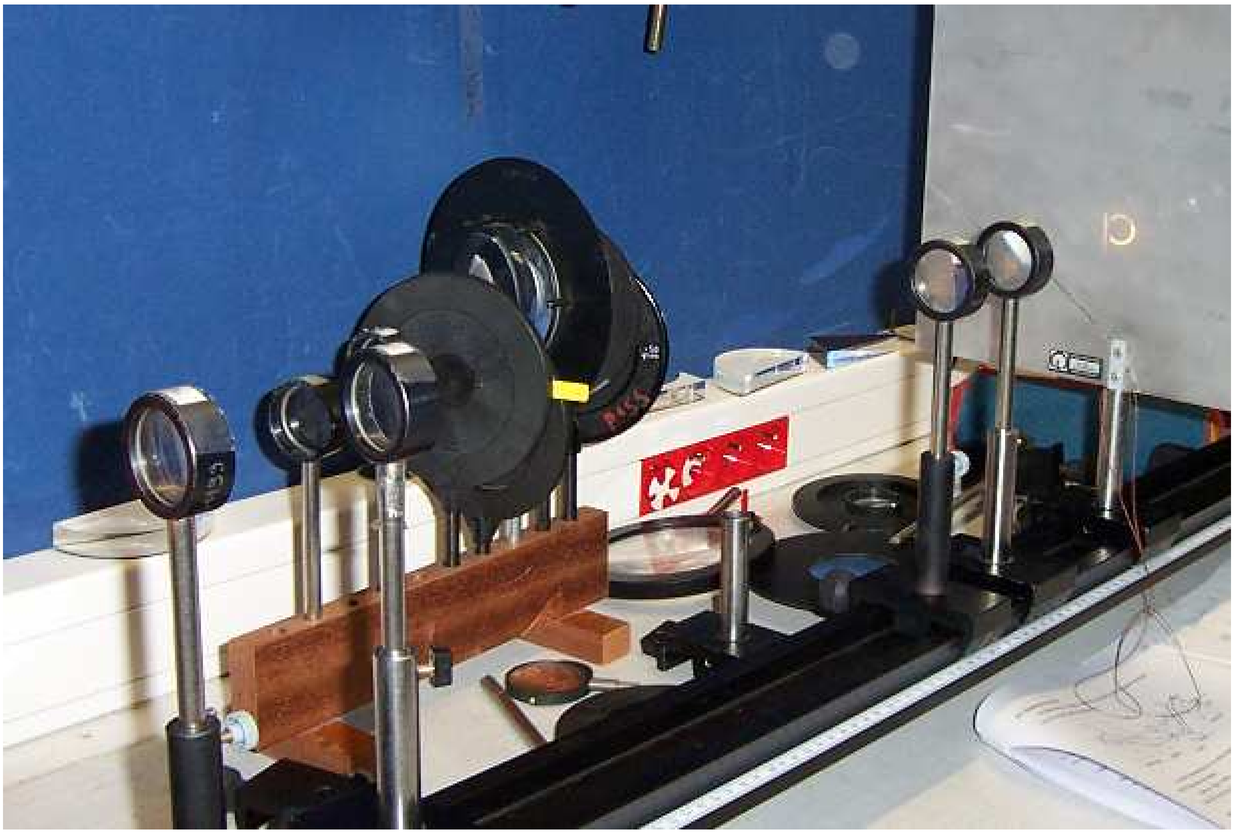
III.3. Réalisation de la lunette

Il reste maintenant à insérer la lunette entre l'objet à l'infini et l'œil fictif. Les objets, lentilles L3 et L2 et écran restent en position inchangée qu'au III.2. (même abscisse)

Le foyer image de l'objectif est superposé avec le foyer objet de l'oculaire.



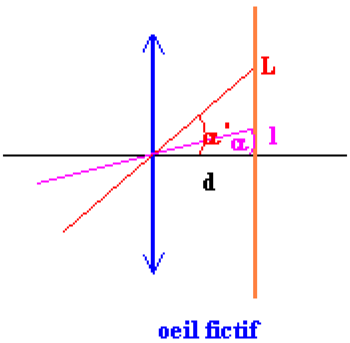
Expérimentalement on a les mesures suivantes :
Abscisse L4 : 40cm
Abscisse L1 : 79cm



L'objet observé est non inversé et on a γ=+2
(taille objet =1cm ; taille image sur écran= 2cm)

III.4. Mesures

a) Grossissement



Théorie, 1ère formule:

Le grossissement est négatif car il y a renversement de l'image Donc l'angle de l'objet vu à travers l'œil et à travers la lunette est de signe opposé

On a $|G| = \alpha'/\alpha = \tan\alpha'/\tan\alpha$ car les angles sont faibles (approximation de gauss)

Or : $\frac{l}{d}=\tan\alpha$ et $\frac{L}{d}=\tan\alpha'$

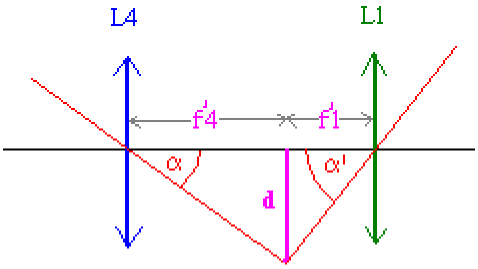
D'où : $|G|=\frac{\frac{L}{d}}{\frac{l}{d}}$ soit $\boxed{|G|=\frac{L}{l}}$

Mesures :

Sans lunette, on mesure la taille de l'image sur l'écran : l=0,7cm
Avec lunette, on mesure la taille de l'image sur l'écran : L=2cm

$|G| = \frac{L}{l} = \frac{2}{0{,}7} = \mathbf{2{,}86}$

Théorie, 2ème formule:



$\frac{d}{f'1} = \tan\alpha' = \alpha'$

$\frac{d}{f'4} = \tan\alpha = \alpha$

f'1 et f'4 sont des longueurs, donc positives ici.

$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{d}{f'1}}{\frac{d}{f'4}} = \frac{f'4}{f'1}$

donc : $\boxed{|G|=\frac{f'obj}{f'oc}}$

Mesures :

On compare avec : G = f ' obj / f' oc = f' L4/f' L1 = 29/10,18 = **2,85**

Conclusions :

On a un très bon accord entre les deux expressions : 2,86 et 2,85.

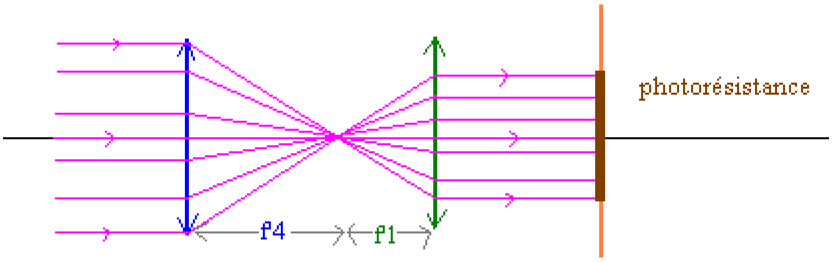
On pourrait d'ailleurs calculer là aussi la marge d'erreur sur G en fonction des marges d'erreur sur L et l pour la première méthode de calcul et en fonction des marges d'erreur sur f'obj et f'oc pour la deuxième méthode.
La proximité des deux valeurs suffira à montrer que la relation est bien vérifiée sans artillerie mathématique supplémentaire.

b) Cercle oculaire

On enlève l'objet et la lentille L3 disposés devant la source. On a alors un éclairement total et direct de l'objectif par la source lumineuse. L'image du disque lumineux de l'objectif par l'oculaire est alors une image réelle située un peu au-delà du foyer image de l'oculaire.

Sur les photos ci-dessus on voit l'image du cercle oculaire par la lentille L2 sur l'écran.

Idéalement, si la source était constituée de rayons lumineux parallèles on aurait :



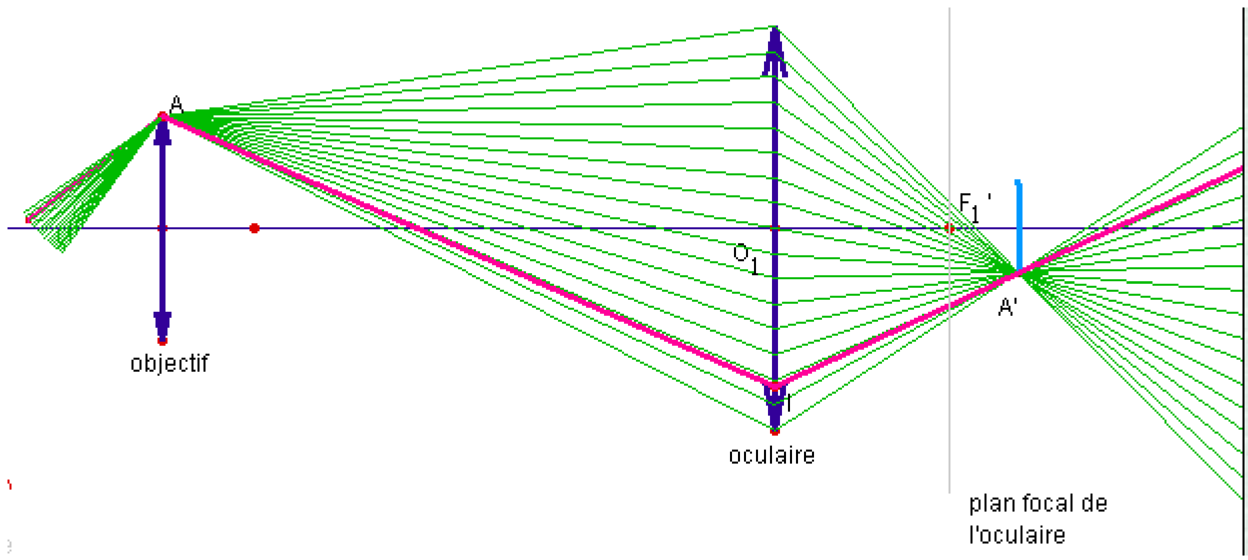
Alors, avec le théorème de Thalès on trouve que
D/d=f '4/f '1 = |G|
Et les rayons sortent tous parallèles de l'oculaire

En pratique, comme la source émet des rayons selon un cône d'émission, l'image se forme dans un plan conjugué très proche du foyer image de l'oculaire mais un peu au-delà.

L'objectif est alors lui-même considéré comme un objet.
On admet que là aussi on a |G|=D/d en utilisant le théorème de Thalès.

Mesures :
Abscisse L1 : 89cm
Abscisse cercle oculaire : 101,3cm
Abscisse foyer F'1 de L1 : 99,2cm (par calcul)

On observe bien que le plan conjugué où se forme le cercle oculaire est un peu plus loin que le foyer



D=3,5cm (diamètre de l'objectif)
d=1,2cm (diamètre de l'

On a |G|=D/d
soit $\boxed{|G|=2,92}$

On vérifie encore bien le même résultat concernant le grandissement : les données sont cohérentes entre elles.

c) Luminosité

On positionne une photorésistance au niveau du cercle oculaire de manière à avoir un diamètre minimal de l'image de l'objectif sur la photorésistance.

Elle est branchée sur un multimètre réglé en ohmmètre servant à la mesure de la résistance variable, inversement proportionnelle à la luminosité.

Mesures :

R2 : résistance au cercle oculaire= 130 ohms
R1 : résistance sans lunette à l'abscisse du cercle oculaire= 658 ohms

On en déduit $L=D^2/\delta^2=R1/R2=658/130=5{,}06$

Soit une luminosité de l'ordre de $\boxed{L=5}$.